10.2 Variabile casuale uniforme

La variabile casuale uniforme assume valori in un intervallo $(\vartheta_1, \vartheta_2)$ ed è caratterizzata dal fatto che la funzione di densità è costante nell'intervallo. L'estremo inferiore dell'intervallo ϑ_1 e l'estremo superiore ϑ_2 sono i parametri che caratterizzano la distribuzione. Per indicare che una variabile casuale X ha una distribuzione uniforme sull'intervallo $(\vartheta_1, \vartheta_2)$ si utilizza la notazione

$$X \sim U(\vartheta_1, \vartheta_2).$$

La funzione di densità è data da

$$f(x) = \frac{1}{\vartheta_2 - \vartheta_1},$$

per $\vartheta_1 \leq x \leq \vartheta_2$ ed è nulla altrove. La forma della funzione di densità è tale che la probabilità che X assuma valori in due diversi segmenti di eguale ampiezza è la stessa.

E' possibile dimostrare che il valore atteso e la varianza di X sono dati da

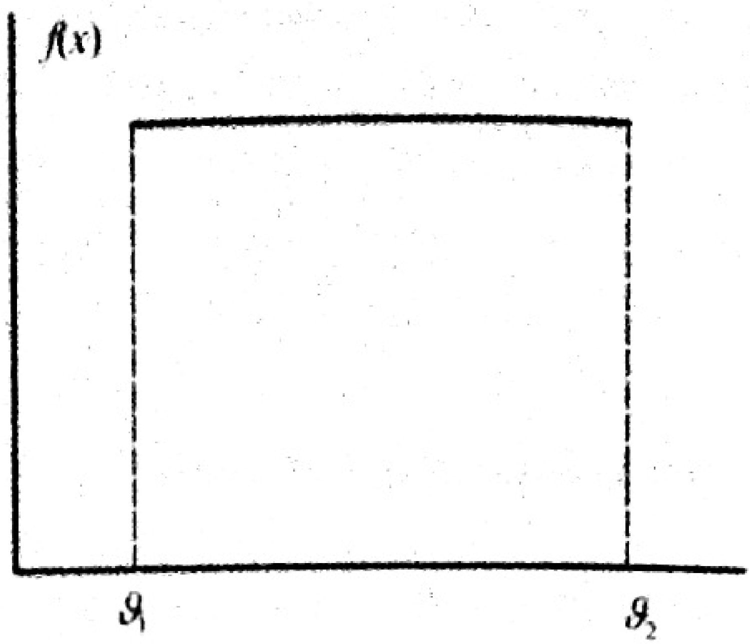
$$E[X] = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}, \qquad Var(X) = \frac{(\vartheta_2 - \vartheta_1)^2}{12}.$$

La media coincide con il valore centrale dell'intervallo $(\vartheta_1, \vartheta_2)$.

Infine la funzione di ripartizione è

$$F(x) = \frac{x - \vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}.$$

Figura 10.10
Funzione di densità di una variabile casuale Uniforme



Esempio 10.7. Nel gioco della ruota della fortuna un ago viene fatto ruotare in modo tale da non privilegiare alcun punto della circonferenza quando si arresta. Sia X la variabile casuale che descrive l'angolo ottenuto quando l'ago si arresta; si ha $X \sim U(0, 2\pi)$ sicché la funzione di densità è $f(x) = 1/(2\pi)$.

La ruota della fortuna è divisa in spicchi. Vi è uno spicchio di ampiezza $\pi/6$ tale che, quando l'ago si ferma sull'arco corrispondente, il giocatore passa il turno. Si vuole determinare la probabilità che il giocatore perda il turno. Poiché la funzione di densità è costante, la probabilità è data dalla misura dell'area sotto la funzione di densità di un qualsiasi intervallo di ampiezza $\pi/6$. Questa è l'area di un rettangolo con base $\pi/6$ e altezza $f(x) = 1/(2\pi)$ e pertanto la probabilità è $(\pi/6) \times 1/(2\pi) = 1/12$.