

ESERCIZIO 1

Si consideri la popolazione consistente di $N=4$ studenti (A, B, C, D) del corso di Statistica Avanzata. Il voto conseguito dagli studenti alla fine del corso è riportato nella seguente tabella:

| STUDENTE | VOTO |
|----------|------|
| A | 27 |
| B | 23 |
| C | 30 |
| D | 28 |

Si estrae casualmente usando uno schema di **campionamento con ripetizione** un campione di $n=2$ misurazioni.

a) Determinare il valore atteso, la mediana e la varianza della v.c. X

| VALORE ATTESO | MEDIANA | VARIANZA |
|---------------|---------|----------|
| | | |

b) Determinare la distribuzione campionaria della media campionaria, della mediana campionaria, della varianza campionaria e della varianza campionaria corretta.

SUGGERIMENTO: elencare tutti i possibili campioni di ampiezza $n=2$

| X1 | X2 | MEDIA CAMPIONARIA | MEDIANA | VARIANZA CAMPIONARIA | VARIANZA CAMPIONARIA CORRETTA |
|----|----|-------------------|---------|----------------------|-------------------------------|
| | | | | | |

c) Determinare la distribuzione di probabilità delle variabili casuali prima osservazione campionaria e seconda osservazione campionaria:

| I Osservazione Campionaria | II Osservazione Campionaria |
|----------------------------|-----------------------------|
| | |

d) Calcolare i valori attesi degli stimatori media campionaria e mediana campionaria:

| MEDIA CAMPIONARIA | MEDIANA CAMPIONARIA |
|--------------------------|----------------------------|
| | |

e) Dai risultati del punto precedente media campionaria e mediana campionaria risultano stimatori non distorti? (motivare brevemente la risposta):

f) Calcolare le deviazioni standard (scarti quadratici medi) degli stimatori media campionaria e mediana campionaria:

| MEDIA CAMPIONARIA | MEDIANA CAMPIONARIA |
|--------------------------|----------------------------|
| | |

g) Commentare brevemente i risultati ottenuti al punto precedente:

h) Calcolare i valori attesi degli stimatori varianza campionaria e varianza campionaria corretta:

| VARIANZA CAMPIONARIA | VARIANZA CAMPIONARIA CORRETTA |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| | |

i) Commentare brevemente i risultati ottenuti al punto precedente:

ESERCIZIO 2

Il tempo che un bancomat impiega per ogni cliente è in media pari a 3.10 minuti, con una deviazione standard di 0.40 minuti. Se si seleziona un campione casuale di 16 clienti,

a) Calcolare la probabilità che il tempo medio impiegato per cliente sia almeno pari a 3 minuti:

b) C'è una probabilità pari all'85% che il tempo medio sia inferiore a quale valore?

c) Quali assunzioni sono necessarie per rispondere ai punti a e b? (motivare brevemente la risposta)

d) Se si seleziona un campione di 64 clienti, c'è una probabilità pari all'85% che il tempo medio sia inferiore a quale valore?

ESERCIZIO 3

Una società di sondaggi sta conducendo un'analisi per predire i risultati delle prossime elezioni. Sapendo che partecipano alle elezioni solo il partito Rosso e il partito Bianco, la società decide di indicare come potenziale vincitore il partito che riceve almeno il 55% dei voti nel campione. Se si seleziona un campione di 100 elettori, calcolare la probabilità che il partito Rosso sia indicato come vincitore:

a) nel caso in cui la proporzione dei suoi elettori nella popolazione sia pari a 50.1%? (per cui il partito vincerebbe le elezioni)

b) nel caso in cui la proporzione dei suoi elettori nella popolazione sia pari a 49%? (per cui il partito perderebbe le elezioni)

c) nel caso in cui la proporzione dei suoi elettori nella popolazione sia pari a 60%? (per cui il partito vincerebbe le elezioni)

d) Rispondere di nuovo ai punti a, b e c considerando una dimensione campionaria a 400 elettori:

e) Discutere brevemente l'effetto dell'aumento della dimensione campionaria sulle risposte date ai punti precedenti:

ESERCIZIO 4

Una grande banca vuole stimare l'ammontare medio di denaro che deve essere corrisposto dai correntisti che hanno il conto scoperto. Si seleziona un campione di 100 clienti su cui si osserva una media campionaria pari a € 233.80. E' noto che la variabilità di tale tipo di fenomeno è descritta da una varianza pari € 180.

a) Si esplicitino, per i seguenti valori di α , gli intervalli casuali e si calcolino i corrispondenti intervalli di confidenza usando il campione selezionato per l'ammontare medio di denaro che deve essere corrisposto dai correntisti che hanno il conto scoperto:

| | INTERVALLO CASUALE | INTERVALLO DI CONFIDENZA |
|-----------------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| $\alpha = 0.01$ | | |
| $\alpha = 0.05$ | | |

| | | |
|----------------|--|--|
| $\alpha = 0.1$ | | |
| $\alpha = 0.3$ | | |

b) E' necessario formulare delle ipotesi per calcolare l'intervallo di confidenza ottenuto al punto precedente? (motivare brevemente la risposta):

| |
|--|
| |
|--|

c) Ripetere il punto a nell'ipotesi che i dati campionari siano riferiti ad un campione di 20 osservazioni:

| | INTERVALLO CASUALE | INTERVALLO DI CONFIDENZA |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------|
| $\alpha = 0.01$ | | |
| $\alpha = 0.05$ | | |
| $\alpha = 0.1$ | | |
| $\alpha = 0.3$ | | |

d) E' necessario formulare delle ipotesi per calcolare l'intervallo di confidenza ottenuto al punto precedente? (motivare brevemente la risposta):

| |
|--|
| |
|--|